Ejercicio Cambio de Base

DAN:

Considerese la base,

$S = \{u_1 = (1, 2, 0), u_2 = (1, 3, 2), u_3 = (0, 1, 3)\}$ de $\mathbb{R}^3$

PIDEN:

$a)$ Hallar la matriz de cambio de base P desde la base usual $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ de $\mathbb{R}^3$ hasta la base S.

$b)$ Hallar la mateiz de cambio de base Q desde la base anterio S regresando hasta la base usual de $\mathbb{R}^3$

DESARROLLO

$a)$ Dado que E es la base usual, escribimos los vectores de la base S como columnas:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$b)$ Cada vector de la base E lo expresamos como combinacion de los vectores de la base S. Y y calculamos.

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = x\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

oo

$x + y \qquad = a$

$2x + 3y + \quad z = b$

$\qquad 2y + 3z = c$

Depejamos x, y, z llegando aa $x = 7a - 3b + c$, $y = -6a + 3b - c$, $z = 4a - 2b + c$. Entonces

$v = (a, b, c) = (7a - 3b + c)u_1 + (-6a + 3b - c)u_2 + (4a - 2b + c)u_3$